

## Занятие 9. Подстановки и унификации. Правило резолюций.

Эрбранов универсум. Эрбраново дерево.

1. С помощью алгоритма унификации определить, унифицируемы ли следующие множества литералов:

а)  $\{P_1^3 f_1^0 x_2 x_3, P_1^3 x_3 x_1 f_1^1 x_2\}$ ;

б)  $\{\neg P_1^3 x_1 x_2 x_3, \neg P_1^3 x_4 f_1^2 x_2 x_2 x_3, \neg P_1^3 f_1^0 f_2^0 f_3^0\}$ ;

в)  $\{P_1^3 f_1^0 f_1^1 x_1 f_1^2 x_1 x_2, P_1^3 x_3 x_2 f_1^2 f_1^1 x_1 f_1^1 x_2\}$ .

2. Найти все возможные резольвенты следующей пары дизъюнктов:

$$\neg P_1^1 x_1 \vee P_1^2 x_1 f_1^0 \text{ и } P_1^1 f_2^0 \vee P_1^2 f_2^0 x_1.$$

3. Докажите методом резолюций, что формула  $G$  является логическим следствием формул  $F_1$  и  $F_2$ , если

$$F_1 = \exists x_1 (P_1^1 x_1 \wedge \forall x_2 (P_2^1 x_2 \rightarrow P_2^1 x_1 x_2)),$$

$$F_2 = \forall x_1 \forall x_2 (P_1^1 x_1 \wedge P_3^1 x_2 \rightarrow \neg P_1^2 x_1 x_2) \text{ и}$$

$$G = \forall x_1 (P_2^1 x_1 \rightarrow \neg P_3^1 x_1).$$

4. Найти  $H_0$ ,  $H_1$  и  $H_2$ , если множество дизъюнктов состоит из  $P_1^2 f_1^0 f_1^1 x_1$  и  $\neg P_1^2 x_2 f_2^0 \vee P_1^0$ .

5. а) Для множества дизъюнктов, описанного в задаче 4, постройте ту часть эрбранова базиса, в котором используются все термы из  $H_1$  и все предикатные символы.

б) Постройте эрбраново дерево, размеченное всеми элементами из той части эрбранова базиса, которую вы построили в пункте а).

6. Определите, имеются ли на построенном в пункте 5б) эрбрановом дереве опровергающие вершины. Если нет, то достройте дерево так, чтобы такие вершины появились.

7. Постройте какое-либо замкнутое эрбраново дерево для следующего множества дизъюнктов:  $P_1^2 f_1^0 f_1^1 x_1$ ;  $\neg P_1^2 x_1 x_2 \vee P_1^1 f_1^1 f_1^0$ ;  $\neg P_1^1 x_1$ .

8. Найдите невыполнимое множество основных примеров для следующего множества дизъюнктов:  $P_1^3 x_1 f_1^0 x_2 f_1^2 x_1 f_2^0$ ;  $\neg P_1^3 f_1^1 x_1 x_2 f_1^2 f_1^1 f_1^0 f_2^0$ .

### Домашнее задание

1. Найти все возможные резольвенты следующих пар дизъюнктов:

а)  $\neg P_1^1 x_1 \vee P_1^2 x_1 x_1$  и  $\neg P_1^2 f_1^0 f_1^1 f_1^0$ ;

б)  $\neg P_1^1 x_1 \vee \neg P_1^1 f_1^0 \vee \neg P_1^2 x_2 f_1^1 f_2^0$  и  $P_1^1 x_3 \vee P_1^2 f_3^0 f_1^1 x_1$ .

2. а) Докажите методом резолюций, что формула  $G = \neg(\exists x_1 P_2^1 x_1) \rightarrow \forall x_1 \forall x_2 (P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \neg P_1^1 x_2)$  является логическим следствием формулы  $F_1 = \forall x_1 (\exists x_2 (P_1^1 x_2 \wedge P_1^2 x_1 x_2) \rightarrow \exists x_3 (P_2^1 x_3 \wedge P_2^2 x_1 x_3))$ .

б) Докажите методом резолюций, что формула  $G$  является логическим следствием формул  $F_1 - F_3$ , если  $F_1 = \forall x_1 (P_1^1 x_1 \rightarrow \exists x_2 (P_2^1 x_2 \wedge P_1^2 x_1 x_2))$ ,  $F_2 = \exists x_1 (P_3^1 x_1 \vee \forall x_2 (\neg(\neg P_2^1 x_2 \rightarrow P_1^2 x_1 x_2)))$ ,  $F_3 = \exists x_1 P_1^1 x_1$  и  $G = \exists x_1 (P_1^1 x_1 \rightarrow P_3^1 x_1)$ .

3. Найти  $H_0$ ,  $H_1$  и  $H_2$ , если множество дизъюнктов состоит из  $P_1^2 x_1 x_2$ ,  $P_1^1 f_1^2 x_1 x_2$ .

4. Для множества дизъюнктов, описанного в пункте 3, постройте ту часть эрбранова базиса, в котором используются все термы из  $H_1$  и все предикатные символы.